2017

A.S.

2020

SCUOLINSIEME

Bando Scuolinsieme - Report attività laboratoriali di matematica

REPORT ATTIVITA'

Bando Scuolinsieme
Fondazione per la Scuola

ISTITUTO COMPRENSIVO DI CONDOVE
Scuola Secondaria G.F.Re
REFERENTE DEL PROGETTO: PROF. ERICA GAMBELLI

REPORT ATTIVITÀ FORMAZIONE AREA COMUNE

CORSO “LA MEDIAZIONE COGNITIVA - COME AIUTARE AD IMPARARE AD IMPARARE, DAI SAPERI DISCIPLINARI ALLA VITA QUOTIDIANA” 20 H SUDDIVISE IN 17 H DI DOCENZA + 3 DI FOLLOW-UP A CURA DELLO STUDIO FORMA DI MICHELA MINUTO.

La sfida che oggi gli insegnanti si trovano ad affrontare è quella di rendere più evidente il ponte che lega l'apprendimento disciplinare alle richieste di una società in rapida e continua trasformazione. Questo legame, tra le conoscenze del passato e la costruzione di risorse per il futuro, spesso non è evidente agli allievi ed ha bisogno di essere esplicitato e integrato nell'approccio didattico. La mediazione cognitiva, elaborata dallo psicologo israeliano Reuven Feuerstein, costituisce un importante supporto per sviluppare il legame tra: “cosa si impara- come si impara- perché si impara”. Per Feuerstein la sinergia tra il mediatore (insegnante), l'allievo e il compito e il contesto contribuiscono in modo decisivo all'apprendimento aumentando motivazione e efficienza nell'interazione del soggetto con l'ambiente.

OBIETTIVI SPECIFICI

Aumentare le competenze per aiutare gli allievi a:

- essere consapevoli delle proprie strategie di apprendimento
- superare l'atteggiamento puramente intuitivo e/o mnemonico
- vedere le cose da punti di vista differenti attraverso la conoscenza delle strategie - essere più flessibili nella soluzione di problemi
- aumentare la motivazione intrinseca
- acquisire una maggiore autonomia

CONTENUTI

- La teoria della modificabilità cognitiva di Reuven Feuerstein
- L'insegnante come mediatore nei processi di apprendimento
- I criteri della mediazione
- Sviluppo delle funzioni cognitive nell'apprendimento curricolare ➤ La carta cognitiva: come analizzare un compito proposto
- Le caratteristiche di un ambiente “modificante”

METODOLOGIA

L'impostazione didattica è stata di tipo laboratoriale ed induttivo e si caratterizza per un alto livello di interattività tra i partecipanti e di interscambio continuo tra teoria e pratica; alterna simulazioni e momenti di discussione volti a chiarire gli aspetti operativi.

REPORT ATTIVITÀ FORMAZIONE ITALIANO/LETTERE

CONDIVISIONE DI BUONE PRATICHE TRA INSEGNANTI SUL SIGNIFICATO SEMANTICO

La Prof. Ferraris e Prof. Borghese, Maestra Claudia Croce e Maestra Cecilia Conte hanno coordinato un gruppo di docenti della scuola primaria e secondaria che hanno dedicato 3 incontri per la formazione, lavori di gruppo e ricerca-azione sulla comprensione e decodifica del testo a partire dalla comprensione della parola a partire dalla sua etimologia, sulle differenze di significato. Condivisione e scambio di buone pratiche di giochi linguistici, curiosità, metodologie anche su linguaggi emozionalmente trasversali.

REPORT ATTIVITÀ FORMAZIONE DI MATEMATICA

In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio inteso come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte.

Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, analizzerà le situazioni per tradurle in termini matematici e riconoscerà schemi ricorrenti, stabilendo analogie con schemi noti.

Riconoscerà ed utilizzerà rappresentazioni diverse di oggetti matematici

METODOLOGIA MERLO - MEANING EQUIVALENCE REUSABLE LEARNING OBJECT

Tutti i docenti di matematica della scuola secondaria e alcuni della primaria hanno seguito un corso su questa metodologia. Il docente interno che ha tenuto il corso nell'ottica della condivisione di buone pratiche è stato formato dal gruppo M.E.R.L.O dell'Università di Torino.

La proposta didattica trae origine da un lavoro di ricerca, condotto a partire dagli anni '90 presso l'Università di Toronto (Canada) dai docenti universitari Uri Shafir (Ontario Institute for Studies in Education) e da Masha Etkind (Ryerson University - Department of Architectural Science) che ha portato all'elaborazione di uno strumento metodologico e didattico innovativo denominato MERLO.

In tale progetto confluiscono gli esiti più significativi della ricerca su:

- la relazione tra gli aspetti cognitivi e affettivi nei processi di apprendimento, anche in contesti di difficoltà;
- il pensiero concettuale;
- la peer education;
- la Concept Science.

La metodologia MERLO è un **innovativo** strumento didattico e metodologico il cui scopo è il riconoscimento di un **significato condiviso** attraverso dichiarazioni rappresentate in diversi sistemi di segni.

In questo modo si rende **accattivante e inconsueto** lo studio della matematica mediante pratiche didattiche laboratoriali integrate con questo nuovo strumento.

Ha caratteristiche estremamente versatili e ben si presta ad essere utilizzato sia in forma di verifica formativa, sia come stimolo alla discussione di classe, sia come forma di ripasso di concetti e relativi significati.

All'interno di un'attività Merlo si può rilevare la competenza degli allievi circa la capacità di individuare una particolare situazione concettuale, attraverso molteplici rappresentazioni tra sistemi di segni (che sono i diversi registri semantici); Questo implica il saper leggere una trasformazione uno-a-molti di significato di un oggetto matematico, con la selezione e la mappatura dei concetti importanti rappresentati in diversi registri.

Gli obiettivi di apprendimento di questo corso sono stati:

- Acquisire la capacità di inserire nella pratica didattica l'uso di diverse rappresentazioni semiotiche di uno stesso concetto per incrementare il livello di apprendimento degli allievi
- Acquisire la capacità di abituare gli allievi all'argomentazione, alla discussione tra pari e al confronto per raggiungere consapevolezza delle proprie conoscenze, abilità e competenze
- Acquisire la capacità di sviluppare negli allievi l'abilità al riconoscimento e alla creazione di modelli matematici mediante l'abitudine alla rappresentazione di un concetto in forme simboliche differenti
- Acquisire capacità di progettazione di un MERLO in relazione al proprio ordine di insegnamento e agli obiettivi formativi da conseguire.

Ciascuna attività è progettata in relazione a un certo **concetto matematico** e ai **relativi nodi concettuali**.

Scelto il nodo è possibile creare un insieme con **diverse forme di rappresentazioni** che condividono lo stesso significato: tale insieme viene detto **Boundary of Meaning-BoM**

Una generica scheda MERLO contiene:

un **Target Statement (TS)** che è una esemplificazione del concetto matematico che si vuole rappresentare;
4 rappresentazioni, ciascuna delle quali può appartenere ad uno dei seguenti 4 tipi:

- tipo Q1:** *condivide un significato* (equivalent meaning) con il TS ed *ha una somiglianza di registro* (surface similarity) con il TS;
- tipo Q2:** *condivide un significato* (equivalent meaning) con il TS e *non ha una somiglianza di registro* (surface similarity) con il TS;
- tipo Q3:** *non condivide una equivalenza di significato* (equivalent meaning) con il TS ed ha *una somiglianza di registro* (surface similarity) con il TS;
- tipo Q4:** *non condivide una equivalenza di significato* (equivalent meaning) con il TS e *non ha una somiglianza di registro* (surface similarity) con il TS.

Esempi di schede MERLO

■ NUCLEO NUMERI

FRAZIONI EQUIVALENTI 1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato. 2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.	TS / Q1 A [] $\frac{12}{5}$ NODO CONCETTUALE	Q2 B [] $2 + \frac{2}{5}$ Condivisione di significato
Q2 C [] 	Q3 D [] $\frac{12 + 3}{5 + 3}$ Distrattore	Q4 E []

■ NUCLEO SPAZIO E FIGURE

ANGOLO 1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato. 2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.	TS / Q1 A [] L'angolo è ciascuna delle due parti in cui un piano viene diviso da due semirette giacenti in esso e aventi la stessa origine. L'origine si chiama vertice e le due semirette si chiamano lati dell'angolo. NODO CONCETTUALE	Q2 B [] Condivisione di significato
Q2 C [] 	Q3 D [] Due angoli si dicono consecutivi se hanno lo stesso vertice, un lato in comune e gli altri due lati situati da parte opposta rispetto al lato comune. Distrattore	Q4 E [] Distrattore

■ NUCLEO DATI E PREVISIONI

Il Legge di MENDEL 1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato. 2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.	TS A [] Incrociando individui eterozigoti la generazione filiale è costituita per $\frac{3}{4}$ da fiori viola e per $\frac{1}{4}$ da fiori bianchi. NODO CONCETTUALE	Q2 B [] Condivisione di significato						
Q1 C [] Incrociando individui eterozigoti il carattere dominante e quello recessivo si presentano sempre nel rapporto di 3:1 NODO CONCETTUALE	Q2 D [] <table border="1"> <tr><td>R</td><td>r</td></tr> <tr><td>RR</td><td>Rr</td></tr> <tr><td>Rr</td><td>rr</td></tr> </table> Condivisione di significato	R	r	RR	Rr	Rr	rr	Q4 E [] Distrattore
R	r							
RR	Rr							
Rr	rr							

■ NUCLEO RELAZIONI E FUNZIONI

PROPORZIONALITA' INV. 1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato. 2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.	TS / Q1 A [] $y = \frac{K}{x}$ NODO CONCETTUALE	Q2 B [] <table border="1"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td>1</td><td>9</td></tr> <tr><td>2</td><td>4,5</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>2,25</td></tr> <tr><td>5</td><td>1,8</td></tr> <tr><td>6</td><td>1,5</td></tr> </table> Condivisione di significato	x	y	1	9	2	4,5	3	3	4	2,25	5	1,8	6	1,5
x	y															
1	9															
2	4,5															
3	3															
4	2,25															
5	1,8															
6	1,5															
Q2 C [] Condivisione di significato	Q3 D [] $y = x^2$ Distrattore	Q4 E [] Distrattore														

Gli studenti sono chiamati in un primo tempo alla compilazione individuale della scheda:
 Almeno 2 tra le 5 affermazioni/rappresentazioni condividono lo stesso significato matematico.
 Indicare quelle che condividono il significato matematico (RICONOSCIMENTO di relazioni di condivisione di significati)

Descrivere le ragioni della scelta (PRODUZIONE E RIFLESSIONE)

In un secondo momento subentra la peer education, con il confronto con il vicino di banco (ARGOMENTAZIONE SULLE SCELTE FATTE).

Il terzo momento di confronto è collettivo con un FOCUS degli studenti sui concetti e significati matematici, con una discussione di classe, moderata dall'insegnante (DISCUSSIONE E RIFLESSIONE SULLE SCELTE FATTE).

FEEDBACK PER L'INSEGNANTE

Non identificare affermazioni di tipo Q2

- Non riconoscere uno stesso concetto che si presenta in diverse forme di rappresentazione

Identificare affermazioni di tipo Q3 come Q2

- Comprensione superficiale e influenzabile da rappresentazioni simili

Identificare affermazioni di tipo Q4 come Q2

- E' significativo quando il Q4 pur non presentando una SS (surface similarity) è "vicino" all'ambito a cui appartiene il TS

Riferimenti bibliografici

Arzarello, F., Kenett, R. S., Robutti, O., & Shafrir, U. (to be submitted). The application of concept science to the training of teachers of quantitative literacy and statistical concepts.

Etkind, M., Kenett, R., & Shafrir, U. (2010) The evidence based management of learning. Diagnosis and development of conceptual thinking with meaning equivalence reusable learning objects. Invited paper. Proceeding of the 8th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8). Ljubljana - Slovenia

Etkind, M., & Shafrir, U. (2013). Teaching and Learning in the Digital Age with Pedagogy for Conceptual Thinking and Peer Cooperation. In: Proc. 7th International Technology, Education and Development Conference (INTED) (pp. 5342-5352). Valencia, Spain.

Shafrir, U., & Etkind, M. (2010). Concept Science: Content and Structure of Labeled Patterns in Human Experience. Version 31.0

Shafrir, U., & Kenett, R. (2010) Conceptual thinking and metrology concepts. Accrediation and Quality Assurance – Springer

LINK

canale YouTube

[hAps://www.youtube.com/user/DIFIMARobu7](https://www.youtube.com/user/DIFIMARobu7)

Pagina Facebook

[hAps://www.facebook.com/pages/Matema?ca=-in--5--minu?/603498306336233](https://www.facebook.com/pages/Matema?ca=-in--5--minu?/603498306336233)

M@t.abel

[hAp://risorsedocen?pon.indire.it/offerta_forma?va/f/index.php?ac?on=home&area_t=f&id_ambiente=7](https://risorsedocen?pon.indire.it/offerta_forma?va/f/index.php?ac?on=home&area_t=f&id_ambiente=7)

IL TANGRAM A DUE PEZZI (ATTIVITÀ PREVISTA IN AUTUNNO 2020 NON ANCORA ATTUATA PER INDISPONIBILITÀ DEL DOCENTE FORMATORE)

L'attività proposta è legata al corso Basta un taglio per fare geometria della Prof.ssa Antonella Castellini.

Un'attività laboratoriale molto semplice da fare insieme per dare un senso alla verticalità del curricolo.

Con materiale poverissimo e un solo taglio, la stessa proposta può essere presentata a più livelli (dall'infanzia alla scuola secondaria) dando senso alla costruzione di competenze.

Si parte da un quadrato, in cui si unisce con un segmento il punto medio di un lato con un vertice del lato opposto. (Quali Problemi si presentano ? Linguaggio / (conoscenza dei termini ; Misura del quadrato (TUTTI UGUALI ? O NO! PERCHE' ?) Come posso individuare il punto medio?; Da quale lato? In alto? In basso? A destra ? A sinistra?)

Ora tagliamo Cosa succede? Cosa vi aspettate di sentire dai bambini?: Il mio non è come il suo, È diverso

Cosa fareste come prima cosa? ... descriviamo i pezzi

Possiamo poi Stabilire Relazioni tra estensioni superficiali, come avvio al concetto di rapporto ed utilizzare eventualmente le percentuali.

- A è $\frac{1}{4}$ del quadrato
- il quadrato è il quadruplo di A
- A è $\frac{1}{3}$ del trapezio
- Il trapezio è il triplo di A
- B è $\frac{3}{4}$ del quadrato
- B è il triplo di A

UNIAMO I PEZZI SENZA SOVRAPPOSIZIONI FACENDO COMBACIARE DUE LATI CONGRUENTI. Quanti poligoni sono stati trovati ? quanti hanno ribaltato un pezzo ?

Da un quaderno della Prof.ssa B. Sbrega

E il perimetro? PURTOPPO MOLTO SPESSO i ragazzi hanno come misconcezione il concetto: stessa area stesso perimetro
 Come posso stabilire se perimetro varia o no? Se è uguale o diverso senza misurare
 Possiamo usare i colori; un colore per ogni lato diverso. Quindi quanti?

Modo a

Modo b 1 verde = 2 azzurri

Quindi quali hanno stesso perimetro?

Modo a

FIG 1 E FIG 2 3 verdi e 2 rossi
 FIG 3 E FIG 4 4 azzurri e 2 rossi
 FIG 5 E FIG 6 2 azzurri e 3 verdi
 FIG 7 E FIG 8 2 azzurri e 2 rossi e 1 verde

Modo b 1 verde = 2 azzurri

FIG 1 E FIG 2 6 azzurri e 2 rossi
FIG 3 E FIG 4 4 azzurri e 2 rossi
 FIG 5 E FIG 6 8 azzurri
FIG 7 E FIG 8 4 azzurri e 2 rossi

Modo c

FIG 1 E FIG 2 $6a + 2a\sqrt{5}$
FIG 3 E FIG 4 $4a + 2a\sqrt{5}$
 FIG 5 E FIG 6 $8a$
FIG 7 E FIG 8 $4a + 2a\sqrt{5}$

**3 4 7 8
 sono isoperimetriche**

antonella castellini

24

ESEMPI UTILIZZATI IN CLASSE E NEL LABORATORIO MATEMATICO PER I RAGAZZI SUI NODI CONCETTUALI (NON ANCORA ATTIVATO CAUSA COVID)

ALGORITMI NELLA STORIA - PRIMA MEDIA

Abbiamo lavorato partendo dalla moltiplicazione a bastoncini, passando poi a quella vedica o indiana e poi all'araba, finendo con quella egizia.

Tre obiettivi: lavorare sulle operazioni, riprendendo tabelline e prodotti; pensare a un egizio o a un indiano che fan calcoli in altre lingue culture e modi diversi da noi; cercare di dare un senso agli algoritmi (che prodotto ottengo da unità per decine? E da decine per decine? Quanti vuoti!), magari trovandone qualcuno più consono alle nostre caratteristiche mentali.

Per i bastoncini ci siamo chiesti a che cosa servissero e come 10 bastoncini per eseguire 13×24 .

La vedica è comparsa come evoluzione "mentale" di quella giapponese, osservando che alla fin fine gli indiani avevano capito quali calcoli sommare subito perché davano la stessa cifra del risultato, unità decine centinaia, e operando a mente i relativi calcoli.

Quella egizia è stata una bella scoperta, perché l'abbiamo conosciuta da un finto papiro riprodotto alla lavagna e cercando di capire come funzionava. Bella scoperta, perché nell'altra prima media stiamo usando la stessa tecnica dei raddoppi per eseguire le divisioni.

Domanda cruciale: "se l'egizio faceva così, come facciamo noi?"

Da un'idea del collega Francesco Chesi – gruppo esperienze didattiche ESPERIENZE DIDATTICHE A28/A50 ex A059/A060 – Facebook

quantomeno per chi voleva mangiare di più). Nonostante gli sforzi di marketing, tra cui anche spot in radio e in Tv, i burger non vendevano.

Così, sono state avviate varie indagini per capire il motivo. Le prime hanno addirittura evidenziato che il gusto del prodotto di A&W era migliore, secondo i clienti, di quello del competitor. Le perplessità sono state sciolte quando un focus group ha rivelato una realtà sconcertante. Più della metà dei partecipanti ha contestato il prezzo de burger: "Perché" hanno chiesto "dovremmo pagare per un terzo di libbra di carne lo stesso prezzo che paghiamo per un quarto di libbra di McDonald's?"

In conclusione Il prodotto fallì inspiegabilmente e Il focus group evidenziò il motivo: molti americani pensavano che $1/4$ fosse più di un $1/3$.

Attività: EFFETTO DOMINO - GIOCHI DI ARITMETICA (Kit di laboratorio per la V classe della scuola primaria e per la I classe della scuola secondaria di I grado del centro matematica) Il laboratorio comprende due diverse attività, "Effetto domino" e "Realizziamo una vetrata", riguardanti l'aritmetica e proposte sotto forma di gioco. Entrambe si basano sul concetto di frazione, in particolare di frazioni equivalenti e di somma di frazioni. Ci limitiamo a sottolineare che non è un caso che i laboratori sulle frazioni affrontino i temi delle frazioni equivalenti e delle somme di frazioni: riteniamo infatti che si tratti di questioni che, nell'ambito dell'argomento "frazioni", vadano privilegiate rispetto ad altre, perché possono consentire agli studenti di consolidare la loro consapevolezza che di classi di equivalenza si tratta e non di numeri "dello stesso genere" dei numeri naturali. (E ciò anche senza che il docente parli esplicitamente di classi di equivalenza.) Le frazioni $1/4$ e $6/24$ sono diverse, ma rappresentano lo stesso numero razionale. E, d'altra parte, se si vogliono sommare $1/4$ e $1/7$ mantenendo la consapevolezza di ciò che si sta facendo (e non limitandosi ad applicare una "regola" priva di significato), occorre aver ben chiaro questo concetto, sia pure a livello informale.

La modalità con cui proponiamo che le attività vengano svolte è quella "laboratoriale". Essa è strutturata nel seguente modo:

- suddivisione in piccoli gruppi di lavoro (al più 5 studenti per gruppo);
- utilizzo di materiale manipolabile;
- svolgimento delle attività proposte nella scheda di lavoro.

Questa modalità è finalizzata al raggiungimento di alcuni obiettivi, tipici anche del fare ricerca in matematica, che possiamo così riassumere:

- costruzione del proprio sapere;
- comunicazione delle proprie scoperte;
- interiorizzazione delle nozioni apprese.

Dalla collaborazione tra i componenti del gruppo, dai liberi tentativi di risposta e con la guida delle schede di lavoro, i ragazzi giungono autonomamente a consolidare le proprie conoscenze su temi di aritmetica.

È importante che gli studenti imparino a comunicare i propri pensieri di argomento matematico, che si abituino cioè, almeno nei piccoli gruppi, a "parlare di matematica". Pazienza se alcune considerazioni saranno sbagliate: è molto meglio partire da considerazioni e ragionamenti "sbagliati" ma che sono scaturiti dai ragazzi piuttosto che mettere loro in testa le nostre risposte (se le dimenticherebbero a breve!).

L'ANGOLO

Durante la costruzione del sapere da parte degli allievi si possono creare delle idee che, al momento della formazione di un concetto, sono state efficaci per affrontare dei problemi precedenti, ma che si rivelano fallimentari quando si tenta di applicarle ad un problema nuovo.

Visto il successo ottenuto (anzi: a maggior ragione a causa di questo), si tende a conservare l'idea già acquisita e comprovata e, nonostante il fallimento, si cerca di salvarla; ma questo fatto finisce con l'essere una barriera verso successivi apprendimenti.

Esame di Matematica a Scienze della Formazione

R.: Che cos'è un angolo?

S.: Un angolo è la lunghezza dell'arco

R.: Allora, a mano a mano che ti sposti l'angolo diventa sempre più ampio?

S.: È vero, non ci avevo mai pensato!

L'"archetto" dell'angolo rappresenta una misconcezione "evitabile" in quanto dipende da due diverse cause:

- la ripetitiva proposta della stessa rappresentazione;
- la scelta della rappresentazione stessa che meno di altre rispetta le proprietà del concetto che si vuole far apprendere (l'illimitatezza dell'angolo contrasta con la limitatezza dell'archetto).

Quell'"archetto" sembra essere l'esplicitazione di ciò che si intende per angolo in lingua comune

L'attività proposta è stata mutuata dall'attività mat@bel "l'orologio" di scuola valore Indire. L'attività si riferisce al nodo concettuale degli angoli in relazione all'uso dell'orologio analogico e del passare del tempo segnato dalle lancette, con costruzione del significato di angolo e di arco, loro distinzione e applicazione in situazioni di confronto, misura e operazioni. Partendo da una situazione problematica legata all'orologio e allargandola alla costruzione di un orologio di grandi dimensioni, si vuole che gli allievi ottengano angoli piccoli (ad es. di un grado) su circonferenze di raggi diversi, in modo da associare l'angolo allo spazio tra le due semirette e non semplicemente all'arco che si usa per indicarlo. Questa esperienza ha lo scopo di evitare il fraintendimento, diffuso tra gli allievi, che l'angolo si identifichi con l'arco oppure con una regione finita di piano.

L'angolo è uno dei primi enti della geometria nei quali gli alunni si imbattono nel loro percorso scolastico. E' nota tuttavia la difficoltà di raggiungere una adeguata padronanza di questo concetto.

Il problema della sua costruzione obbliga i ragazzi ad affrontare un grosso ostacolo epistemologico: quello della comprensione che l'ampiezza dell'angolo non varia al variare della lunghezza dei lati.

Gli aspetti figurali e concettuali s'intersecano e creano difficoltà. Ad esempio, cogliere l'angolo come figura aperta è molto difficile: i ragazzi tendono a chiuderla considerando angolo la parte di piano limitata dai due raggi e dall'arco di circonferenza relativo ai due raggi e spesso lo identificano con un punto ben preciso o con la "zona vicina" al vertice o parlano di spazio racchiuso fra due segmenti che si incontrano.

L'unico modo per superare un ostacolo è affrontarlo: l'insegnante quindi deve organizzare esperienze nelle quali i ragazzi possano sperimentare direttamente

che arco e ampiezza angolare sono concetti differenti, anche se collegati tra loro in questa maniera il concetto di angolo viene costruito attraverso la scoperta delle sue proprietà.

Il tema dell'angolo è molto ampio e non individua un unico concetto, ma piuttosto un campo concettuale con numerose sfaccettature; si vedano per esempio le differenti definizioni che si trovano nei libri di testo: angolo come parte di piano, come intersezione di semipiani, come rotazione.

Alcuni misconcetti relativi agli angoli:

Angolo $\alpha <$ angolo β

Questo è un errore frequente basato sulla lunghezza dei lati dell'angolo o sulla maggiore superficie apparentemente racchiusa da essi.

A è considerato un punto interno all'angolo α , mentre B invece è erroneamente considerato un punto esterno.

Cosa è per te un angolo? Dopo aver risposto, disegnalo

L'insegnante fa osservare ai ragazzi che le risposte sono diversificate, alcune imprecise nei termini usati e altre totalmente errate.

Il primo obiettivo del lavoro, quindi, è di portare la classe verso un'idea corretta e condivisa di angolo evitando di partire dalla definizione del libro e proponendo situazioni significative per gli alunni.

È preferibile che la prima idea di angolo sia legata alla rotazione che rimanda all'ampiezza, grandezza che può essere misurata, invece che a una parte di piano elemento geometrico infinito.

Confrontando i disegni con le definizioni, l'insegnante si è accorto che quasi tutta la classe conosce la nomenclatura e la classificazione degli angoli (acuto, ottuso, retto, ecc.) come semplice esercizio mnemonico senza aver intuito il ruolo fondamentale che l'angolo assume in geometria. Inoltre, la maggior parte associa al nome il riferimento in gradi come se le due informazioni fossero interscambiabili e l'una il rafforzativo dell'altra.

Disegna degli oggetti che secondo te rappresentano degli angoli.

Interpretiamo un angolo:

L'insegnante propone alla classe di "personificare" un angolo: saranno tesi due pezzi di scotch colorato (i lati dell'angolo) tra tre alunni, uno dei tre (il vertice) terrà in mano entrambi i capi dei due pezzi. Sarà l'occasione per coinvolgere e rendere protagonisti i ragazzi che spesso restano in disparte durante la lezione o che presentano particolari difficoltà nella materia. L'insegnante si posizionerà in fondo all'aula e chiederà al resto della classe di posizionarsi nell'angolo...

DISEGNA LA SIMULAZIONE FATTA IN CLASSE E INDICA LA POSIZIONE ASSUNTA DA CIASCUNO DI NOI

NON CORRETTA PROF.

LEGENDA

MOV → VERTICE

A, E → PUNTI APPARTENENTI A UNA DELLE DUE SETTIMANE

L, S, F → AMPIEZZA DELL' ANGOLO

PROF. → PUNTO IN FONDO ALL' AULA

M, S, M, L, G, F, N, M, C, V, G, A, A, E, S, Z → PUNTI ALL' INTERNO DELL' ANGOLO

Tutti i ragazzi si sono posizionati il più vicino possibile al vertice dell'angolo, dimostrando sia di non aver assolutamente percepito l'estensione superficiale infinita dell'angolo sia di confondere il linguaggio comune con il linguaggio specifico della materia.

La professoressa dal fondo dell'aula rivolge ai ragazzi la seguente domanda: "io sono nell'angolo?". La prima risposta istintiva dei ragazzi è negativa ma quando l'insegnante fa notare quale è la caratteristica di una semiretta (ha un punto di origine ma non una fine) molti iniziano a "vedere" il prolungamento dei due lati fino in fondo all'aula e di conseguenza capiscono che anche la professoressa è nell'angolo!

Si, anche la prof. fa' parte dell'angolo perche' e' posizionata nella parte di pavimento compresa tra le due semirette e il vertice.

situazione problema: costruzione dell'angolo di 1°

La visualizzazione dell'angolo di 1° è un passaggio molto importante.

Sono sintomatiche le risposte date da alcuni ragazzi alle domande poste durante una discussione intermedia tra le due esperienze. Alle domande

“Che cosa è un grado? A che cosa serve?”

I ragazzi rispondono inizialmente partendo da idee ancora legate alle situazioni concrete sperimentate, ad es.:

“I gradi sono il contorno di un tondo, 360° è tutto il contorno, 180° la metà.” Oppure:

“I gradi sono come la misura di un giro perché, per esempio, c'è il righello che ha 1 cm 2 cm 3 cm, i gradi lo fanno in rotondo, servono per vedere di quanto si apre l'angolo di un triangolo, di un rettangolo”

Sono significative anche le risposte date alla domanda:

“Un grado che forma ha?”

“... una riga, ... un microscopico pezzo di goniometro, ... uno degli spazietti del goniometro, ... una fetta piccolissima, ... un angolo piccolissimo”

Accanto ad idee molto rudimentali compaiono già quella di “fetta” e quella di “angolo piccolissimo”, su cui bisognerà far leva per giungere ad un'idea condivisa.

Per costruire il significato di angolo, e per superare l'ostacolo cui si accennava prima, il passaggio dal micro al macro è fondamentale. Ecco quindi che può essere d'aiuto passare all'esperienza che prevede la costruzione di un orologio gigante. Questo problema apre anche la strada alla definizione degli elementi fondamentali del cerchio: raggio, circonferenza, arco, diametro.

Si pone il problema ai ragazzi di rappresentare l'orologio sul terreno, si suggerisce di costruire una circonferenza con il raggio di circa 3 metri, e si raccolgono le varie ipotesi (utilizzo di lunghi spaghi, scotch-carta, fogli di carta da pacco, goniometro da lavagna, ...).

Si individuano i punti corrispondenti alle varie ore, si pongono dei contrassegni e si posiziona su di ognuno di essi un ragazzo.

Quindi si pone il problema della rappresentazione di 1 grado.

Si raccolgono le ipotesi (per giungere alla costruzione dell'angolo di un grado, si può usare un metro a nastro, o ancora il cordino. Il metro segue la rotondità dell'arco di cerchio che si trova tra un'ora e l'altra e ne misura quindi la lunghezza in centimetri con una certa precisione. Per esempio, se abbiamo misurato che l'arco tra un'ora e l'altra (che corrisponde a 5 minuti, quindi a un angolo di 30°) è di circa 156 cm, allora dividendo l'arco per 30 (il numero dei gradi), si trova 5,2 cm (corrisponde a un grado). Questa misura è la lunghezza dell'arco che sottende l'angolo di un grado. Si fa una tacca sul bordo dell'orologio e si unisce con il centro del cerchio: lo "spicchio" rappresenta l'angolo di 1° .

In questo modo, gli studenti osservano quanto è piccolo l'angolo quando è vicino al centro del cerchio e quanto si allarghi via via allontanandosi dal centro. Nello

stesso tempo, l'insegnante può rilanciare loro un nuovo problema, in cui si faccia luce sulla differenza tra arco e angolo sotteso in una circonferenza, in modo da evitare ogni confusione:

"Che cosa cambia se immaginiamo di fare un orologio con il raggio di 6 metri? E di 1 metro? E di 10 metri?"

L'insegnante può chiedere, scherzando: "Un elefante potrebbe stare dentro il nostro angolo di un grado?
Lo scherzo diventa problema. Risolto questo si può chiedere: La nostra classe potrebbe essere contenuta in un angolo di un grado? E la nostra città? E la Luna?"

La metodologia adottata si fonda sull'orchestrazione da parte dell'insegnante della discussione matematica, alternando momenti di lavoro a classe intera, ad altri a piccolo gruppo, per garantire la cooperazione, l'interazione, il confronto con i compagni.

Tutte le ipotesi dei ragazzi vanno rigorosamente raccolte e messe al vaglio da loro stessi, in una fase di negoziazione della correttezza o meno. Si verificherà magari che il sostenitore di una ipotesi la difenda accanitamente, con motivazioni più o meno razionali.

Il ruolo dell'insegnante in questa parte di discussione è quello di riportare sempre la discussione su un piano razionale, promuovendo l'argomentazione a favore di una congettura o contro di essa. In tal modo, si abitua i ragazzi a non abbracciare un'ipotesi sulla base dell'autorità che può esercitare l'allievo che l'ha formulata, o di fattori affettivi o irrazionali, o ancora di motivazioni di tipo qualitativo.

Occorre, cioè, spingere verso un'argomentazione che giustifichi un'ipotesi con un ragionamento sorretto non solo da giustificazioni logiche, ma anche da calcoli sui dati

Occorre dedicare tempo sufficiente agli allievi per argomentare, discutere le proprie soluzioni, sostenere le proprie affermazioni, validare la propria attività matematica.

La fase chiave dell'attività è sicuramente quella collettiva, gestita dall'insegnante come coordinatore della discussione matematica attorno alla situazione- problema.

La raccolta delle ipotesi di soluzione va fatta con estrema disponibilità, senza valorizzarne una in particolare, oppure stroncarne una non corretta.