

## Il problema: “Il biglietto della metropolitana”

Un biglietto della metropolitana spiegazzato risulta inservibile, ma ci offre il pretesto per un buona situazione matematica.

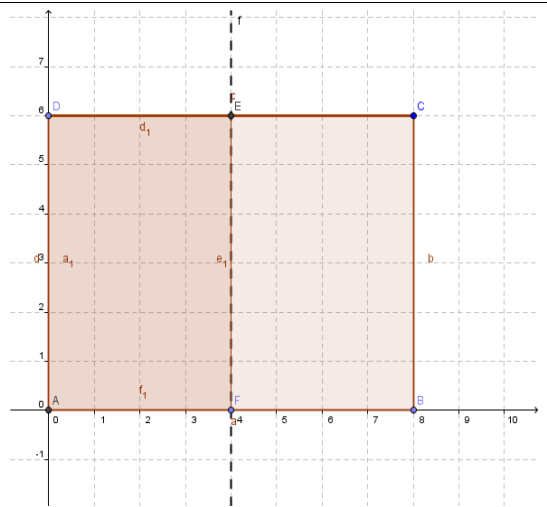
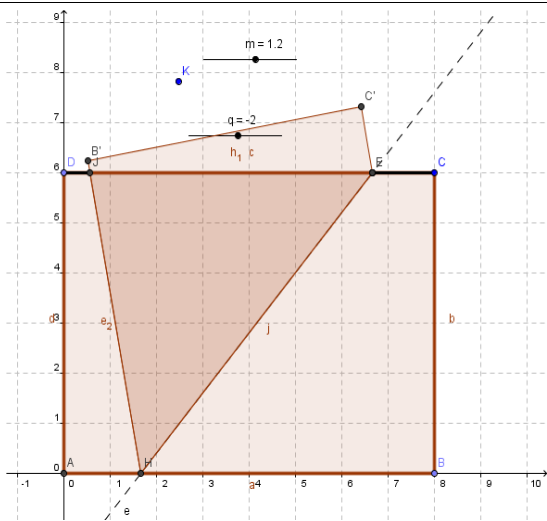
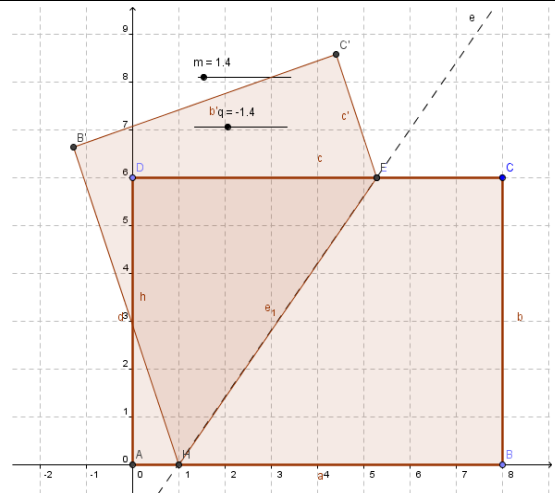
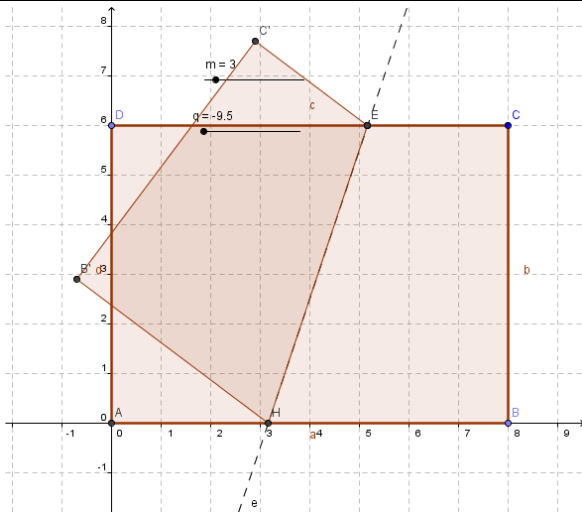


Pieghiamo il biglietto lungo una linea che interseca due lati opposti (vertici esclusi): la parte sovrapposta può avere forma e area diverse.

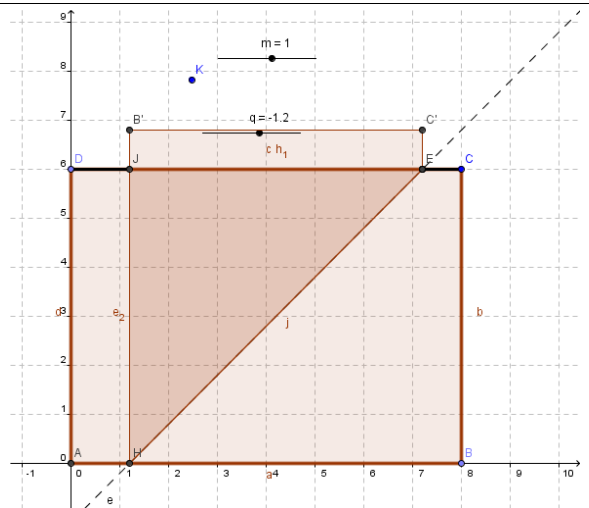
Quali forme può assumere la parte sovrapposta?

Quale piegatura permette di avere, come parte sovrapposta, la figura triangolare di area minima?

## Simulazione con Geogebra (Maria Luisa Anselmo, I.I.S. "Porro", Pinerolo)



Simulando la situazione con Geogebra si vede che la parte sovrapposta può assumere la forma di un quadrilatero, di un pentagono, di un rettangolo. La figura triangolare minima (i triangoli hanno tutti la medesima altezza), si ottiene quando la retta forma con i lati un angolo di  $45^\circ$ , in quanto la base  $EJ$ , proiezione parallela del lato  $B'C'$ , sul lato  $CD$  risulta la minore possibile.



# Soluzione di Pietro Cornacchia, ITIS “Pininfarina”, Moncalieri (TO)

## Possibili forme della parte sovrapposta

Senza perdita di generalità possiamo supporre che l'angolo KHB sia minore o uguale di un angolo retto. Pieghiamo il biglietto lungo HK tenendo fissi AH, AD e DK. Siano B' e C' i punti immagine rispettivamente di B e C dopo la piegatura. Per la parte sovrapposta avremo i seguenti casi:

- Rettangolo se l'angolo KHB è retto
- Quadrilatero con un angolo retto se B' è interno ad AHKD, oppure B' è interno ad AD, oppure HB' interseca internamente AD ed il punto D è coperto dalla piegatura
- Pentagono se HB' interseca internamente AD, B' è esterno al rettangolo ed il punto D non è coperto dalla piegatura
- Triangolo se HB' interseca CD.

## Area triangolare minima

In questo caso HB' incontra CD in un punto che chiamiamo E, formando il triangolo HEK. Prendendo HE come base, l'altezza ad esso relativa è congruente a BC, pertanto l'area minima si avrà quando HE è minimo e questo avviene quando HE è perpendicolare a CD, ossia quando l'angolo KHB misura  $45^{\circ}$ .

